Test TS1 – mardi 22 novembre 2011 – 1h45

Exercice n° 1 (10 points)

La détermination de l'âge de la Terre a commencé vers le XVIe siècle, on l'estimait alors autour de 5 000 ans. Au XIXe siècle, des scientifiques admettaient un âge d'environ 100 millions d'années. La découverte de la radioactivité, par H. Becquerel en 1896, bouleversa toutes les données connues. La datation à l'uranium - plomb permit de déterminer assez précisément l'âge de la Terre. Nous proposons de comprendre cette technique de datation.

1. Étude de la famille uranium 238 – plomb 206

Le noyau d'uranium 238, naturellement radioactif, se transforme en un noyau de plomb 206, stable, par une série de désintégrations successives. Nous allons étudier ce processus. (On ne tiendra pas compte de l'émission γ).

1.1. Dans la première étape, un noyau d'uranium $^{238}_{92}\mathrm{U}$ subit une radioactivité α. Le noyau fils est du thorium (symbole Th).

1.1.1. Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ? **(0,5 pt)**

1.1.2. Écrire l'équation de la réaction nucléaire en précisant les règles utilisées. **(1 pt)**

1.2. Dans la deuxième étape, le noyau de thorium 234 se transforme en un noyau de protactinium $^{234}_{91}\mathrm{Pa}$. L'équation de la réaction nucléaire est :

$^{234}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{0}_{-1}e$

Préciser, en justifiant, le type de radioactivité correspondant à cette transformation. **(0,5 pt)**

1.3. L'équation globale du processus de transformation d'un noyau d'uranium 238 en un noyau de plomb 206 est : $^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + 6\,{}^{0}_{-1}e + 8\,{}^{4}_{2}\mathrm{He}$

Déterminer, en justifiant, le nombre de désintégrations α et β^- de ce processus. **(1 pt)**

2. Géochronologie

On a constaté d'une part, que les minéraux d'une même couche géologique, donc du même âge, contiennent de l'uranium 238 et du plomb 206 en proportions remarquablement constantes, et d'autre part que la quantité de plomb dans un minéral augmente proportionnellement à son âge relatif.

Si on mesure la quantité de plomb 206 dans un échantillon de roche ancienne, en considérant qu'il n'y en avait pas initialement, on peut déterminer l'âge du minéral à partir de la courbe de décroissance radioactive du nombre de noyaux d'uranium 238.

Étudions un échantillon de roche ancienne dont l'âge, noté t_{Terre}, correspond à celui de la Terre.

2.1. On considère la courbe de décroissance radioactive du nombre $N_U(t)$ de noyaux d'uranium 238 dans un échantillon de roche ancienne. (**VOIR ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**).

2.1.1. Indiquer la quantité initiale $N_U(0)$ de noyaux d'uranium. **(0,5 pt)**

2.1.2. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ de l'uranium 238 (représenter la construction sur la courbe de l'annexe). En déduire la valeur de sa constante de radioactivité λ, sachant que l'on a $\tau = \frac{1}{\lambda}$ **(1,5 pt)**

2.1.3. Donner l'expression de $N_U(t)$, nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à la date t, en fonction de $N_U(0)$. **(0,5 pt)**

Calculer le nombre de noyaux d'uranium 238 qui restent dans la roche à la date $t_1 = 1{,}5.10^9$ années. **(1 pt)**

Vérifier graphiquement votre résultat.

2.1.4. Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$ de l'uranium 238 et déterminer graphiquement sa valeur (représenter la construction sur la courbe de l'annexe). **(1 pt)**

2.2. La quantité de plomb mesurée dans la roche à la date t_{Terre}, notée $N_{pb}(t_{Terre})$, est égale à $2{,}6.10^{12}$ atomes.

2.2.1. Établir la relation entre $N_U(t_{Terre})$, $N_U(0)$ et $N_{pb}(t_{Terre})$. Calculer la quantité $N_U(t_{Terre})$ de noyaux d'uranium. **(1 pt)**

2.2.2. Déterminer l'âge t_{Terre} de la Terre. **(1,5 pt)**

Exercice n° 2 (7 points)

Valeurs de conductivités molaires ioniques à 25 °C :

$\lambda_{H_3O^+} = 35{,}0.10^{-3}\ \mathrm{S.m^2.mol^{-1}}$;

$\lambda_{F^-} = 5{,}54.10^{-3}\ \mathrm{S.m^2.mol^{-1}}$.

On mesure la conductivité σ de trois solutions de fluorure d'hydrogène (appelé aussi acide fluorhydrique) de concentrations en soluté apporté, notée c :

c (mol.L^{-1})	$1{,}0.10^{-2}$	$1{,}0.10^{-3}$	$1{,}0.10^{-4}$
σ (mS.cm^{-1})	$9{,}00.10^{-1}$	$2{,}185.10^{-1}$	$3{,}567.10^{-2}$

1) Écrire l'équation de la réaction du fluorure d'hydrogène HF avec l'eau. **(0,5 pt)**
2) Dresser le tableau d'avancement de la réaction entre le fluorure d'hydrogène et l'eau (prévoir une ligne pour l'avancement final, une ligne pour l'avancement maximal). **(1 pt)**

Un élève a calculé les concentrations effectives des ions hydronium et du fluorure d'hydrogène pour les deux premières solutions :

- solution 1 : $\left[H_3O^+\right] = 2{,}22.10^{-3}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$ et $\left[HF\right] = 7{,}8.10^{-3}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$
- solution 2 : $\left[H_3O^+\right] = 5{,}39.10^{-4}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$ et $\left[HF\right] = 4{,}6.10^{-4}\ \mathrm{mol.L^{-1}}$.

3) Calculer les concentrations effectives des ions hydronium et du fluorure d'hydrogène pour la troisième solution. **(2,5 pts)**

Effectuer le raisonnement, établir les expressions littérales et poser les calculs.

4) Calculer la valeur du quotient de réaction final pour les trois solutions. **(1,5 pt)**

5) Rappeler la définition du taux d'avancement final. Calculer sa valeur pour les trois solutions. **(1,5 pt)**

Exercice n° 3 **(3 points)**

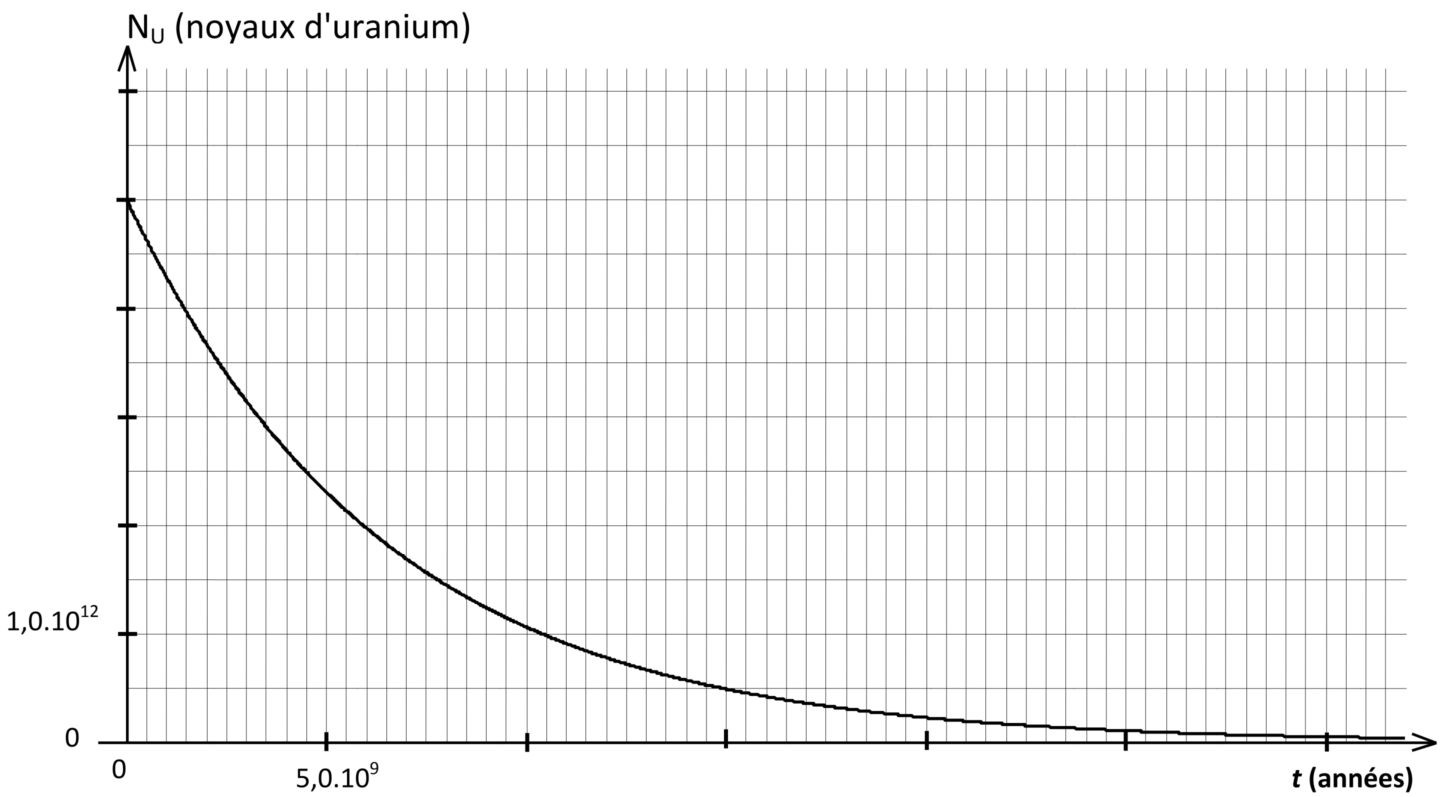
Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \times 10^8$ m.s^{-1}.

1) On donne la fréquence de deux ondes électromagnétiques : $3,8.10^{14}$ Hz et $7,5.10^{14}$ Hz.
   a) Calculer , pour chacune, la longueur d'onde dans le vide correspondante. Exprimer le résultat en nanomètres. **(1 pt)**
   b) Laquelle des deux correspond-elle au violet, laquelle au rouge ? **(0,5 pt)**
   c) Dans un milieu matériel (pas dans le vide, donc), quelle(s) grandeur(s) sont-elles (est-elle) modifiée(s) : la fréquence, la longueur d'onde, la célérité ? (ne pas justifier) **(0,5 pt)**

2) Expliquer en quelques phrases pourquoi la traversée d'un prisme décompose la lumière blanche en différentes couleurs (celles de l'arc-en-ciel). **(1 pt)**

NOM : ____

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE : Courbe de décroissance radioactive de l'uranium 238



Test TS1 – mardi 22 novembre 2011 – 1h45 – correction

Exercice n° 1

1) L'équation de la réaction du fluorure d'hydrogène HF avec l'eau est la suivante :
$HF(aq) + H_2O(l) = F^-(aq) + H_3O^+(aq)$
(ne pas oublier les états !)

2) Soit V le volume d'une des solutions étudiées. Voici le tableau d'avancement de la réaction entre le fluorure d'hydrogène et l'eau dans cette solution :

Avancement (mol)	HF (aq)	+	H_2O (l)	=	HF^-(aq)	+	H_3O^+ (aq)
0	$c \times V$		excès		0		très peu
x	$c \times V - x$		excès		x		$\simeq x$
x_f	$c \times V - x_f$		excès		x_f		$\simeq x_f$
x_{max}	$c \times V - x_{max} = 0$		excès		$x_{max} = c \times V$		$\simeq x_{max} = c \times V$

3) Soient $[HF]_f$, $[F^-]_f$ et $[H_3O^+]_f$ les concentrations effectives en fluorure d'hydrogène, ions F^- et ions hydroniums, à l'équilibre.
Nous avons
$$\sigma = \lambda_{F^-} \times [F^-]_f + \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_f$$

D'après l'équation
$HF(aq) + H_2O(l) = F^-(aq) + H_3O^+(aq)$,
les concentrations $[F^-]_f$ et $[H_3O^+]_f$ sont égales, car pour chaque mole d'ions F^- créée, une mole d'ions H_3O^+ est créée aussi (nous le voyons aussi dans le tableau d'avancement). Il vient :
$$\sigma = \lambda_{F^-} \times [H_3O^+]_f + \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_f$$
$$= (\lambda_{F^-} + \lambda_{H_3O^+}) \times [H_3O^+]_f$$

C'est-à-dire $[H_3O^+]_f = [F^-]_f = \dfrac{\sigma}{\lambda_{F^-} + \lambda_{H_3O^+}}$

Comme nous avons $c = [HF]_f + [F^-]_f$, nous en déduisons :
$$[HF]_f = c - [F^-]_f = c - \frac{\sigma}{\lambda_{F^-} + \lambda_{H_3O^+}}$$

Solution 3 :

$$[H_3O^+]_f = [F^-]_f = \frac{3{,}567.10^{-3}}{5{,}54.10^{-3} + 35{,}0.10^{-3}}$$
$$= 8{,}80.10^{-2} \text{ mol.m}^{-3} = 8{,}80.10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$
$$[HF]_f = 1{,}0.10^{-4} - \frac{3{,}567.10^{-3}}{5{,}54.10^{-3} + 35{,}0.10^{-3}} \times 10^{-3}$$
$$= 1{,}2.10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

4) Calculons le quotient de réaction final $Q_{r,f} = \dfrac{[F^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[HF]_f} = \dfrac{[H_3O^+]_f^2}{[HF]_f}$ pour chaque solution :

Solution 1 :
$$Q_{r,f} = \frac{(2{,}22.10^{-3})^2}{7{,}8.10^{-3}} = 6{,}3.10^{-4}$$

Solution 2 :
$$Q_{r,f} = \frac{(5{,}39.10^{-4})^2}{4{,}6.10^{-4}} = 6{,}3.10^{-4}$$

Solution 3 :
$$Q_{r,f} = \frac{\left(\dfrac{3{,}567.10^{-3}}{5{,}54.10^{-3} + 35{,}0.10^{-3}} \times 10^{-3}\right)^2}{1{,}0.10^{-4} - \dfrac{3{,}567.10^{-3}}{5{,}54.10^{-3} + 35{,}0.10^{-3}} \times 10^{-3}}$$
$$= 6{,}4.10^{-4}$$

Les valeurs sont quasiment identiques. La valeur du quotient de réaction final ne semble donc pas dépendre de la concentration en soluté apporté de la solution.

5) Le taux d'avancement final τ est défini par le rapport $\dfrac{x_f}{x_{max}}$. D'après le tableau d'avancement précédent ; nous avons $[H_3O^+]_f = \dfrac{x_f}{V}$ et $x_{max} = c \times V$. Il vient :
$$\tau = \frac{[H_3O^+]_f \cancel{\times V}}{c \cancel{\times V}} = \frac{[H_3O^+]_f}{c}.$$

Nous avons donc :

- solution 1 : $\tau = \dfrac{2,22\times10^{-3}}{1,0\times10^{-2}} = 2,2\times10^{-1} = 22\ \%$
- solution 2 : $\tau = \dfrac{5,39\times10^{-4}}{1,0\times10^{-3}} = 5,4\times10^{-1} = 54\ \%$
- solution 3 :

$$\tau = \frac{\dfrac{3,567.10^{-3}}{5,54.10^{-3}+35,0.10^{-3}}\times10^{-3}}{1,0\times10^{-4}} = 0,88\times10^{-1} = 88\ \%$$

Exercice n° 3

1) a) Soit f la fréquence de l'onde, et λ la longueur d'onde. Nous avons $\lambda = \dfrac{c}{f}$.

Pour la première onde :

$$\lambda = \frac{3,0\times10^{8}}{3,8\times10^{14}} = 7,9\times10^{-7}\,\text{m} = 7,9\times10^{2}\,\text{nm}$$

Pour la seconde onde :

$$\lambda = \frac{3,0\times10^{8}}{7,5\times10^{14}} = 4,0\times10^{-7}\,\text{m} = 4,0\times10^{2}\,\text{nm}$$

b) La première onde correspond au rouge, la seconde au violet (plus énergétique).

c) Dans un milieu matériel, la célérité de la lumière est inférieure à sa valeur dans le vide. La fréquence de l'onde ne change pas. La longueur d'onde, par conséquent, diminue (car $\lambda = \dfrac{c}{f}$).

2) C'est le phénomène de *réfraction* qui explique la déviation des rayons lumineux à la traversée d'un prisme. Or l'angle de réfraction dépend de l'indice de réfraction du verre. Ce verre étant *dispersif*, la célérité de la lumière dans ce matériau dépend de la fréquence (et donc de la couleur) de la lumière. En d'autres termes, l'indice de réfraction du verre n'est pas le même suivant la couleur de la lumière qui le traverse. Au final, l'angle de réfraction dépend donc de la couleur ; c'est cela qui explique que la lumière se « décompose » en différentes couleurs à la sortie du prisme.

Exercice n° 2

(source de la correction : http://labolycee.org)

1. Étude de la famille uranium 238 – plomb 206

1.1.1. Un noyau radioactif est un noyau instable qui peut se désintégrer spontanément en un autre noyau plus stable en émettant un rayonnement.

1.1.2. ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{234}_{90}\text{Th}$ ${}^{4}_{2}He$: particule α

Dans une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons et conservation du nombre de charges (lois de Soddy)

1.2. Au cours de cette réaction il y a émission d'un électron, c'est donc une **radioactivité β^-**.

1.3. Au cours de ce processus, il y a 8 particules α émises et 6 électrons. Il y aura **8 désintégrations α et 6 désintégrations β^-**.

2. Géochronologie :

2.1.1. D'après le graphique, on lit : **$N_U(0) = 5,0.10^{12}$** noyaux d'uranium.

2.1.2. Pour déterminer la valeur de la constante de temps, on trace la tangente à la courbe N_U=f(t), à la date t = 0, celle-ci coupe l'axe des abscisses en t = τ.

τ = 6,5.10^{9} ans *méthode peu précise, ne pas donner le résultat avec trop de chiffres significatifs*

Constante radioactive: $\lambda = \dfrac{1}{\tau}$ soit $\lambda = \dfrac{1}{6,5.10^{9}}$ = **$1,5.10^{-10}$ an^{-1}**

cf. graphe en fin de correction

2.1.3. La loi de décroissance radioactive nous donne : **$N_U(t) = N_U(0)\times e^{-\lambda.t}$**

À la date t_1 = 1,5.10^{9} années, on a $N_U(t_1)$ =5,0.10^{12}× $e^{-1,5.10^{-10}\times1,5.10^{9}}$ = **4,0.10^{12} noyaux**. On vérifie ce résultat graphiquement (voir courbe).

2.1.4. Le temps de demi-vie correspond à la durée nécessaire à la désintégration de la moitié de la population initiale en uranium 238. On a $N_U(t_{1/2}) = N_U(0)/2$.

Graphiquement, on lit que N(t) = $N_U(0)/2$ pour t = **$t_{1/2}$ = 4,5.10^{9} ans**.

2.2.1. Un noyau d'uranium, en se désintégrant, donne un noyau de plomb donc:

$N_U(0) = N_U(t_{Terre}) + N_{Pb}(t_{Terre})$.

$N_U(t_{Terre}) = N_U(0) - N_{Pb}(t_{Terre})$

$N_U(t_{Terre})$ = 5,0.10^{12} – 2,6.10^{12} = 2,4.10^{12} noyaux

2.2.2.

$$N_U(t_{Terre}) = N_U(0)\times e^{-\lambda.t}$$

$$\frac{N_U(t_{Terre})}{N_U(0)} = e^{-\lambda.t}$$

$$-\lambda \times t_{Terre} = \ln\left(\frac{N_U(t_{Terre})}{N_U(0)}\right)$$

$$t_{Terre} = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N_U(t_{Terre})}{N_U(0)}\right)$$

$$t_{Terre} = -\tau.\ln\left(\frac{N_U(t_{Terre})}{N_U(0)}\right)$$

$t_{Terre} = -6{,}5.10^9 \ln\left(\frac{2{,}4\times10^{12}}{5{,}0\times10^{12}}\right) = 4{,}8\times10^9$ années (4,8 milliards d'années)