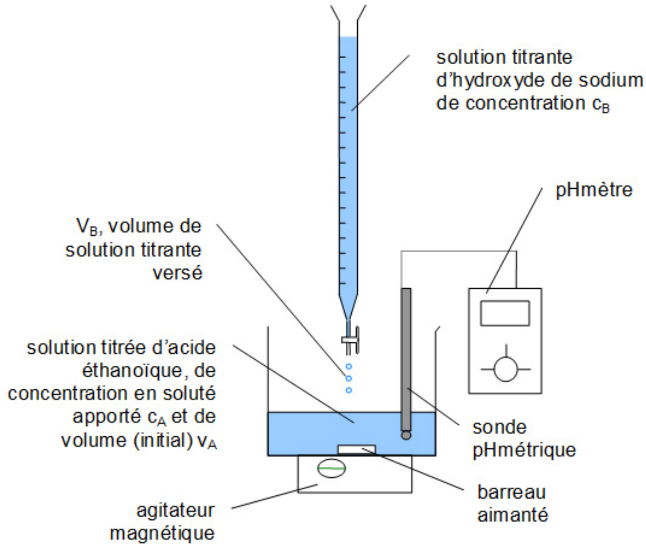
Titrage acido-basique : Modélisation de la courbe de pH

Dosage d'un acide par une solution d'hydroxyde de sodium.

$n_B = C_B V_B$

$n_A = C_A V_A$



Pour un volume de solution titrante versée V_B :

	$AH_{(aq)}$ +	$HO^-_{(aq)}$ =	$A^-_{(aq)}$ +	$H_2O_{(\ell)}$
$x = 0$	n_A	n_B	0	beaucoup
x	$n_A - x$	$n_B - x$	x	beaucoup
x_{final}	$n_A - x_f$	$n_B - x_f$	x_f	beaucoup

$K_A(AH/A^-)$ connu. $\quad K_A(AH/A^-) = \dfrac{[A^-]_f . [H_3O^+]_f}{[AH]_f}$ $\qquad V_T = V_A + V_B$

$[A^-]_f = \dfrac{x_f}{V_T}$ $\quad [AH]_f = \dfrac{n_A - x_f}{V_T}$ $\quad [H_3O^+] = h$

$K_A = \dfrac{\frac{x_f}{V_T} . h}{\frac{n_A - x_f}{V_T}}$ càd $\boxed{K_A = \dfrac{x_f . h}{n_A - x_f}}$. (1)

Or $[HO^-]_f = \dfrac{n_B - x_f}{V_T}$ càd $n_B - x_f = [HO^-]_f . V_T$ càd $x_f = n_B - [HO^-]_f . V_T$

et par ailleurs $[HO^-]_f . h = K_E$ càd $[HO^-]_f = \dfrac{K_E}{h}$

Donc $\boxed{x_f = n_B - \dfrac{K_E}{h} . V_T}$ (2)

(1) $\Leftrightarrow x_f h = K_A n_A - K_A x_f \Leftrightarrow x_f (h + K_A) = K_A . n_A$

En utilisant (2) : $\left(n_B - \frac{K_E}{h} V_T\right)\left(h + K_A\right) = K_A . n_A$

càd $n_B h + n_B K_A - K_E V_T - \frac{K_E K_A V_T}{h} - K_A n_A = 0$

$\times h$

càd $n_B h^2 + (n_B K_A - K_E V_T - K_A n_A) h - K_E K_A V_T = 0$

càd $\underbrace{n_B}_{a} h^2 + \underbrace{\boxed{\left[K_A(n_B - n_A) - K_E V_T\right]}}_{b} h \underbrace{\boxed{- K_E K_A V_T}}_{c} = 0$

$a h^2 + b h + c = 0$ $\qquad \Delta = b^2 - 4ac$

$h = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$a = n_B > 0 \rightarrow h = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$pH = -\log[H_3O^+]_f = -\log h = -\log\left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$