Test TS1 – mardi 10 novembre 2009

Exercice n° 1 (7 points)

Masses molaires atomiques (en $g.mol^{-1}$) :
H : 1,0 ; C : 12,0 ; O : 16,0 ; Cl : 35,5.

On considère un volume V = 20,0 mL d'une solution d'acide perchlorique, $HClO_4$ dont la concentration massique est t = 0,80 $g.L^{-1}$.

1) Calculer la concentration molaire c en soluté apporté de la solution. **(1,5 pt)**
2) Écrire le couple acide-base dont fait partie l'acide perchlorique. **(0,5 pt)**
3) Écrire l'équation de la réaction entre l'acide perchlorique et l'eau. **(0,5 pt)**
4) a) Dresser le tableau d'avancement de cette réaction. **(1 pt)**
   b) Calculer son avancement maximal. **(1,5 pt)**
5) Le pH de la solution S est égal à 2,10.
   a) Calculer l'avancement final. **(1 pt)**
   b) Calculer le taux d'avancement final de la réaction. Que peut-on en déduire ? **(1 pt)**

Exercice n° 2 (6 points)

La célérité de la lumière dans le vide est $c = 3{,}0.10^8\ m.s^{-1}$.

Un faisceau laser, de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 633\ nm$, est dirigé vers un obstacle en forme de fente de largeur « e ».

On observe une figure de diffraction sur un écran disposé à quelques mètres de la fente.

1) On considère que la distance D entre la fente et l'écran, est grande devant la longueur L de la tache centrale observée sur l'écran.

   Dans ces conditions, démontrer la relation $\theta \simeq \dfrac{L}{2D}$

   où θ est l'ouverture angulaire de la tâche centrale de diffraction. **(1 pt)**
2) Le tableau ci-dessous donne les mesures de la longueur L de la tache centrale relevées sur l'écran pour des fils d'épaisseurs différentes :

e (mm)	0,10	0,14	0,20	0,25
L (cm)	6,9	4,9	3,4	2,7

   a) Tracer le graphe représentant les variations de L en fonction de $\dfrac{1}{e}$. **(1,5 pt)**
   b) Déduire de l'exploitation de ce graphe, une relation numérique entre L et 1/e.
   Préciser les unités. **(2 pts)**
3) On rappelle que l'ouverture angulaire s'exprime par la relation $\theta = \dfrac{\lambda}{e}$.

   En déduire la valeur de la distance D. **(1,5 pt)**

Exercice n° 3 (7 points)

Le carbone 14 est radioactif, c'est un émetteur β^-.

Sa demi-vie radioactive est $t_{1/2} = 5{,}7.10^3$ ans.

1) Écrire, sans justifier, l'équation de la désintégration radioactive du carbone 14. **(1 pt)**

   Quelques données :

Symbole	Be	B	C	N	O
Numéro atomique	4	5	6	7	8

2) Préciser la signification et l'unité de chaque terme intervenant dans l'expression $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$
   (loi de décroissance radioactive du carbone 14). **(1 pt)**
3) Démontrer la relation $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$. **(1,5 pt)**
4) Dans un morceau de bois vivant, on mesure une activité A_0 de 13,6 désintégrations par minute et par gramme de carbone. En déduire le nombre de noyaux de carbone 14, noté N_0, dans un gramme de carbone. **(1,5 pt)**
5) On trouve un morceau de bois mort dans lequel il n'y a plus que A = 9,1 désintégrations par minute et par gramme de carbone. Calculer depuis quand ce morceau de bois est mort. **(2 pts)**

Test TS1 – mardi 10 novembre 2009 –correction

Exercice n° 1

1) Soient :
   - $M = M_H + M_{Cl} + 4\times M_O$ la masse molaire de l'acide perchlorique ;
   - n la quantité d'acide perchlorique dans la solution ;
   - m la masse d'acide perchlorique dans la solution ;
   - V le volume de la solution.

   Nous avons : $c = \frac{n}{V}$ et $n = \frac{m}{M}$, donc $c = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{m}{M\times V}$.

   Or nous avons $t = \frac{m}{V}$. Il vient donc : $c = \frac{t}{M}$,

   c'est-à-dire $c = \frac{t}{M_H + M_{Cl} + 4\times M_O}$.

   A.N. : $c = \frac{0{,}80}{1{,}0 + 35{,}5 + 4\times 16{,}0} = 8{,}0.10^{-3}$ mol.L^{-1}.

2) L'acide perchlorique fait partie du couple $HClO_4$ / ClO_4^-.

3) La réaction entre l'acide perchlorique et l'eau est la suivante :

   $$HClO_4\,(aq) + H_2O\,(l) = ClO_4^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

On note x_f l'avancement final de la réaction, et x_{max} son avancement maximal.

4) a) Voici le tableau d'avancement de cette réaction :

Avancement	$HClO_4$(aq)	+	H_2O(l)	=	ClO_4^- (aq)	+	H_3O^+ (aq)
0	$c\times V$		excès		0		0
x	$c\times V$ - x		excès		x		x
x_f	$c\times V$ - x_f		excès		x_f		x_f
x_{max}	$c\times V$ - x_{max}		excès		x_{max}		x_{max}

Note : Nous verrons dans un prochain chapitre que **la quantité d'ions H_3O^+(aq) pour x = 0, n'est pas rigoureusement nulle**. Cependant, dans ce cas, elle peut être négligée devant les autres valeurs et donc considérée comme égale à zéro.

b) Si la réaction était totale, le réactif limitant, l'acide perchlorique, serait entièrement consommé. Cela correspondrait à $c\times V - x_{max} = 0$, c'est-à-dire $x_{max} = c\times V$. A.N. :

$$x_{max} = \frac{0{,}80}{1{,}0 + 35{,}5 + 4\times 16{,}0}\times 20{,}0.10^{-3}$$
$$= 1{,}6.10^{-4} \text{ mol}$$

5) a) La concentration finale en ions H_3O^+(aq) est $\left[H_3O^+\right]_f = 10^{-pH}$, c'est-à-dire $\frac{x_f}{V} = 10^{-pH}$, et donc $x_f = 10^{-pH}\times V$.

A.N. : $x_f = 10^{-2{,}10}\times 20{,}0.10^{-3} = 1{,}59.10^{-4}$ mol.

b) Le taux d'avancement final de la réaction est

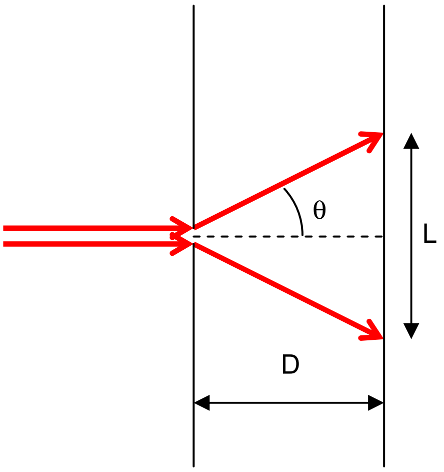
$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{10^{-pH}\times V}{c\times V} = \frac{10^{-pH}}{c}.$$

A.N. : $\tau = \frac{10^{-2{,}10}}{\frac{0{,}80}{1{,}0 + 35{,}5 + 4\times 16{,}0}} = 1{,}0$

Le taux d'avancement est égal à 1,0. Nous pouvons donc considérer que la réaction entre l'acide perchlorique et l'eau est totale.

Exercice n° 2

1) Voici un schéma de la situation :



La tangente de l'angle θ est égale au rapport du côté opposé sur le côté adjacent, sur la figure.

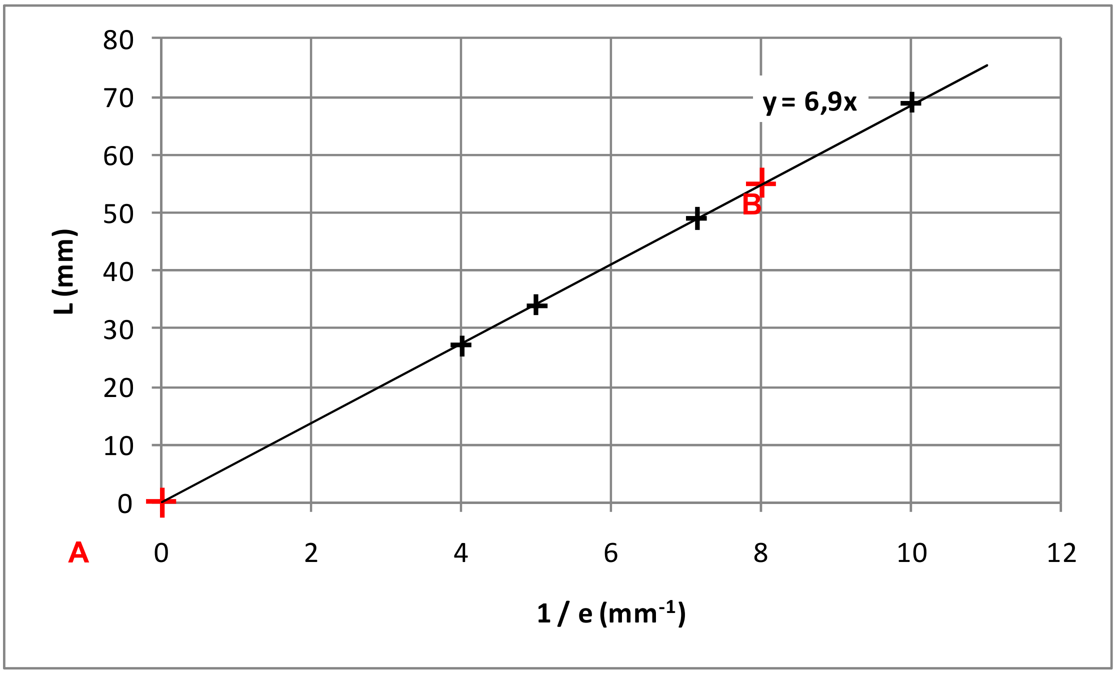
Nous avons donc : $\tan\theta = \dfrac{\frac{L}{2}}{D} = \dfrac{L}{2D}$

θ étant très petit, nous pouvons considérer que nous avons $\tan\theta \simeq \theta$, et donc $\theta \simeq \dfrac{L}{2D}$, avec L et D en mètres, θ en radians.

2) Nous calculons les valeurs de $\dfrac{1}{e}$ (en mm^{-1}) :

e (mm)	0,10	0,14	0,20	0,25
L (mm)	69	49	34	2,7
$\dfrac{1}{e}\ mm^{-1}$	10	7,1	5,0	4,0

a) Les points obtenus sont pratiquement alignés. Nous effectuons une régression linéaire qui passe par l'origine :



b) Nous choisissons deux points $A(0{,}0\ mm^{-1}\ ; 0{,}0\ mm)$ et $B(8\ mm^{-1}\ ; 55\ mm)$ sur la droite obtenue (ces deux points ne correspondant pas à des valeurs du tableau), et nous en déduisons le coefficient directeur de la droite, a :

$a = \dfrac{55 - 0{,}0}{8{,}0 - 0{,}0}$.

Nous obtenons a = 6,9 mm^2.

Nous avons donc L = $\dfrac{6{,}9}{e}$,

avec L en mm, et e en mm.

3) Nous avons $\theta = \dfrac{\lambda}{e} = \dfrac{L}{2D}$, ce qui entraine $2\times D\times\lambda = L\times e$, c'est-à-dire $2\times D\times\lambda = 6{,}9$,

d'où $D = \dfrac{6{,}9}{2\times\lambda}$, avec D et λ en mm.

A.N. (attention aux unités !) :

D = $\dfrac{6{,}9\ mm^2}{2\times 633\times 10^{-6}\ mm} = 5{,}5.10^3\ mm = 5{,}5\ m$

Exercice n° 3

1) L'équation de la désintégration radioactive du carbone 14 est la suivante :

$${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$$

2) Dans l'expression $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$:

- N_0 est le nombre de noyaux de carbone 14 initial (à t = 0),
- λ est la constante de radioactivé et s'exprime en s^{-1},
- t est la durée écoulée et s'exprime en s.

3) Au bout de $t = t_{1/2}$, le nombre de noyaux radioactifs a été divisé par deux. Nous avons donc $N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$, c'est-à-dire :

$$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \ -\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \ -\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$$

$$\Leftrightarrow \ \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

4) Nous savons que l'activité A d'un échantillon, qui s'exprime en Bq ou s^{-1}, est égale à $-\frac{dN}{dt}$. En d'autres termes : $A = -\left(-\lambda \times N_0 \ e^{-\lambda t}\right)$, c'est-à-dire $A = \lambda \times N$, et en particulier : $A_0 = \lambda \times N_0$.

Sachant que nous avons $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$, il vient :

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = A_0 \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}.$$

A.N. (en convertissant A_0 en s^{-1} et $t_{1/2}$ en s) :

$$N = \frac{13,6}{60} \times \frac{5,7.10^3 \times 365,25 \times 24 \times 3600}{\ln 2}$$

$$= 5,9.10^{10} \text{ noyaux}$$

5) Soit t le temps écoulé depuis la mort du bout de bois.

$$A = A_0 \ e^{-\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0}$$

$$\Leftrightarrow -\lambda t = \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln 2} \times t_{1/2}$$

A.N. : $t = \frac{\ln\left(\frac{13,6}{9,1}\right)}{\ln 2} \times 5,7.10^3 = 3,3.10^3$ ans.